

۱- گزینه ۴ صحیح است.

$$y = \coth x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{e^x + \frac{1}{e^x}}{e^x - \frac{1}{e^x}} = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$$

۲- گزینه ۲ درست است.

$$\sinh x + \cosh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} + \frac{e^x + e^{-x}}{2} = e^x$$

۳- گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم $\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ می‌باشد. حال داریم:

$$\ln(\sqrt{x^2 + 1} + x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}\right) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)^{-1} = -\ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

۴- گزینه ۳ صحیح است.

$$f^{-1}(x) = \cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$f^{-1}\left(\frac{5}{4}\right) = \ln\left(\frac{5}{4} + \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 1}\right) = \ln\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\right) = \ln 2$$

۵- گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ و $1 + \operatorname{tg}^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ پس داریم:

$$\cosh^2 x = 1 + \sinh^2 x = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \xrightarrow{-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}} \cosh x = \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$